



UNED asiss

UNED

asiss

University Application Service for

International Students in
Spain

UNED

GUÍA DE ESTUDIO DE LA ASIGNATURA
MATEMÁTICAS

PRUEBA DE COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

CURSO 2023-24

PRUEBAS DE EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A
LA UNIVERSIDAD

1. INTRODUCCIÓN

El presente documento describe el contenido, características y diseño de la prueba de competencia específica de la asignatura Matemáticas, que forma parte del conjunto de las Pruebas de Competencias Específicas (PCE) diseñadas por la Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED). Para su elaboración se ha tenido en cuenta la siguiente normativa (*Pendiente de actualización normativa para el curso 2023-2024*):

- Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato. BOE-A-2022-5521 Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato.
- Orden EFP/755/2022, de 31 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación del Bachillerato en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación y Formación Profesional. BOE-A-2022-13173 Orden EFP/755/2022, de 31 de julio, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación del Bachillerato en el ámbito de gestión del Ministerio de Educación y Formación Profesional.
- Real Decreto 310/2016, de 29 de julio, por el que se regulan las evaluaciones finales de Educación Secundaria Obligatoria y de Bachillerato (BOE Núm. 183, 30/07/2016). BOE-A-2016-7337 Real Decreto 310/2016, de 29 de julio, por el que se regulan las evaluaciones finales de Educación Secundaria Obligatoria y de Bachillerato.
- BOE-A-2023-2160 Orden PCM/63/2023, de 25 de enero, por la que se determinan las características, el diseño y el contenido de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la universidad, y las fechas máximas de realización y de resolución de los procedimientos de revisión de las calificaciones obtenidas, en el curso 2022-2023.
- BOE-A-2023-3846 Resolución de 13 de febrero de 2023, de la Subsecretaría, por la que se publica la Resolución de 8 de febrero de 2023, conjunta de la Secretaría de Estado de Educación y la Secretaría General de Universidades, por la que se establecen las adaptaciones de la evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad a las necesidades y situación de los centros españoles situados en el exterior del territorio nacional, los programas educativos en el exterior, los programas internacionales, el alumnado procedente de sistemas educativos extranjeros y las enseñanzas a distancia, en el curso 2022-2023.

2. CONTENIDOS

Los contenidos de la asignatura se estructuran en cinco bloques que deben entenderse como bloques interrelacionados. Se abordan de forma global, advirtiendo las conexiones internas dentro de esta materia. Se pretende integrar holísticamente los conocimientos, las competencias y los valores para que constituyan un elemento integrador de conocimiento en la formación del estudiante. Los estándares de aprendizaje evaluables se han formulado teniendo en cuenta la imprescindible relación entre dichos elementos.

BLOQUE I

Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas

Este bloque es transversal al resto, por ello se debe desarrollar de forma simultánea con los otros bloques descritos en términos de bloques de contenidos. Esencialmente es el eje fundamental de la asignatura; se articula sobre procesos básicos e imprescindibles en el quehacer matemático. Por ejemplo, la resolución de problemas, la redacción de proyectos de investigación matemática, la descripción matemática de situaciones reales y la modelización tanto algorítmica como conceptual. , En definitiva, este bloque versa sobre las actitudes adecuadas para desarrollar el trabajo científico y la utilización de medios tecnológicos:

- Planificación del proceso de resolución de problemas.
- Estrategias y procedimientos puestos en práctica: relación con otros problemas conocidos, modificación de variables, suponer el problema resuelto.
- Soluciones y/o resultados obtenidos: coherencia de las soluciones con la situación, revisión sistemática del proceso, otras formas de resolución, problemas parecidos, generalizaciones y particularizaciones interesantes.
- Iniciación a la demostración matemática: métodos, razonamientos, lenguajes, etc.
- Métodos de demostración: reducción al absurdo, método de inducción, contraejemplos, razonamientos encadenados, etc.
- Razonamiento deductivo e inductivo.
- Lenguaje gráfico, algebraico, otras formas de representación de argumentos.
- Elaboración y presentación oral y/o escrita de informes científicos sobre el proceso seguido en la resolución de un problema o en la demostración de un resultado matemático.
- Realización de investigaciones matemáticas a partir de contextos de la realidad o contextos del mundo de las matemáticas.
- Elaboración y presentación de un informe científico sobre el proceso, resultados y conclusiones del proceso de investigación desarrollado.
- Práctica de los procesos de algorítmica matemática y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
- Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.
- Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
 - La recogida ordenada y la organización de datos.
 - La elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.
 - Facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico.
 - El diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas.

- La elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos.
- Comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

BLOQUE II

Números y Álgebra

- Estudio de las matrices como herramienta para manejar y operar con datos estructurados en tablas y grafos.
- Clasificación de matrices.
- Operaciones con matrices.
- Aplicación de las operaciones de las matrices y de sus propiedades en la resolución de problemas extraídos de contextos reales.
- Determinantes.
- Propiedades elementales de los determinantes.
- Rango de una matriz.
- Matriz inversa.
- Representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales: Sistemas equivalentes.
- Discusión según parámetros.
- Resolución de sistemas.
 - Aplicación del método de Gauss.
 - Aplicación de la regla de Cramer.
- Resolución de problemas reales mediante matrices y sistemas de ecuaciones lineales.

BLOQUE III

Análisis, o Cálculo, Matemático

- Límite de una función:
 - En un punto y en los dos infinitos.
 - Rectas asíntotas.
- Continuidad de una función:
 - En un punto, en un intervalo y en su dominio.
- Tipos de discontinuidad.
- Teorema de Bolzano para funciones continuas en un intervalo.
 - Aproximación de la solución de una ecuación.
- Función derivable en un punto:
 - Interpretaciones de la derivada.
 - Recta tangente a la gráfica de una función en un punto.
- Función derivada.

- Tabla de derivadas de las funciones elementales.
- Técnicas de derivación.
- Teorema de Rolle y Teorema del valor medio.
- La regla de l'Hôpital. Aplicaciones al cálculo de límites.
- Estudio de la variación de una función:
 - Aplicaciones de la derivada.
 - Problemas de optimización.
- Funciones primitivas de una función. Integral indefinida.
- Tablas de funciones primitivas de funciones elementales.
- Técnicas elementales para el cálculo de primitivas.
- La integral de una función en un intervalo: Integral definida.
- Teorema del valor medio, Teorema fundamental del Cálculo Integral.
- Cálculo de una integral definida: Regla de Barrow.
- Aplicación de la integral y cálculo del área de región plana.

BLOQUE IV

Geometría

- Vectores en el espacio tridimensional.
- Productos definidos con vectores:
 - Producto escalar e interpretación geométrica.
 - Producto vectorial e interpretación geométrica.
 - Producto mixto e interpretación geométrica..
- Puntos del espacio:
 - Puntos alineados.
 - Puntos coplanarios.
- Rectas en el espacio:
 - Tipos de ecuaciones de una recta.
 - Vectores directores de una recta.
 - Incidencia de una recta en un punto.
 - Haz de rectas.
- Planos en el espacio.
 - Tipos de ecuaciones de un plano.
 - Pareja de vectores directores de un plano.
 - Incidencia de un plano en un punto.
 - Haz de planos.
- Posiciones relativas:
 - De planos, de rectas y de rectas y planos.
 - Paralelismo y perpendicularidad.
- Propiedades métrica en el espacios:
 - Medida de ángulos.

- Medidas de distancias.
- Medidas de áreas.
- Medida de volúmenes.

BLOQUE V

Estadística y Probabilidad

- Sucesos.
- Reiteración de sucesos:
 - Frecuencia relativa.
 - Probabilidad de un suceso: Regla de Laplace.
- Axiomática de Kolmogorov.
- Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.
- Experimentos aleatorios simples y compuestos.
- Probabilidad condicionada.
- Dependencia e independencia de sucesos.
- Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.
- Probabilidades iniciales y finales y verosimilitud de un suceso.
- Variables aleatorias discretas.
- Distribución de probabilidad.
- Media, varianza y desviación típica.
- Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades.

3. ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES

BLOQUE I

Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas

- Expresa verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema con el rigor y la precisión adecuados.
- Analiza y comprende el enunciado a resolver o demostrar (datos, relaciones entre los datos, condiciones, hipótesis, conocimientos matemáticos necesarios, etc.).
- Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.
- Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.
- Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas.

- Utiliza diferentes métodos de demostración en función del contexto matemático.
- Usa el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados al contexto.
- Utiliza argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes.
- Emplea las herramientas tecnológicas adecuadas al tipo de problema, situación a resolver o propiedad o teorema a demostrar, tanto en la búsqueda de resultados como para la mejora de la eficacia en la comunicación de las ideas matemáticas.
- Generaliza y demuestra propiedades de contextos matemáticos numéricos, algebraicos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos.
- Busca conexiones entre contextos de la realidad y del mundo de las matemáticas (la historia de la humanidad y la historia de las matemáticas; arte y matemáticas; tecnologías y matemáticas, ciencias experimentales y matemáticas, economía y matemáticas, etc.) y entre contextos matemáticos (numéricos y geométricos, geométricos y funcionales, geométricos y probabilísticos, discretos y continuos, finitos e infinitos, etc.).
- Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.
- Establece conexiones entre el problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él, así como los conocimientos matemáticos necesarios.
- Usa, elabora o construye modelos matemáticos adecuados que permitan la resolución del problema dentro del campo de las matemáticas.
- Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.
- Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia.
- Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia por su sencillez y utilidad.

BLOQUE II

Números y Álgebra

- Utiliza el lenguaje matricial para representar datos facilitados mediante tablas o grafos y para representar sistemas de ecuaciones lineales.
- Realiza operaciones con matrices y aplica las propiedades de estas operaciones adecuadamente.
- Determina el rango de una matriz, hasta orden 4, aplicando el método de Gauss o determinantes.

- Determina las condiciones para que una matriz tenga inversa y la calcula empleando el método más adecuado.
- Resuelve problemas susceptibles de ser representados matricialmente e interpreta los resultados obtenidos.
- Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, estudia y clasifica el sistema de ecuaciones lineales planteado, lo resuelve en los casos que sea posible, y lo aplica para resolver problemas.

BLOQUE III

Análisis, o Cálculo, Matemático

- Conoce las propiedades de las funciones continuas, y representa la función en un entorno de los puntos de discontinuidad.
- Aplica los conceptos de límite y de derivada, así como los teoremas relacionados, a la resolución de problemas.
- Aplica la regla de l'Hôpital para resolver indeterminaciones en el cálculo de límites.
- Plantea problemas de optimización relacionados con la geometría o con las ciencias experimentales y sociales, los resuelve e interpreta el resultado obtenido dentro del contexto.
- Aplica los métodos básicos para el cálculo de primitivas de funciones.
- Calcula el área de recintos limitados por rectas y curvas sencillas o por dos curvas.

BLOQUE IV

Geometría

- Realiza operaciones elementales con vectores, manejando correctamente los conceptos de base y de dependencia e independencia lineal.
- Expresa la ecuación de la recta de sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente, identificando en cada caso sus elementos característicos, y resolviendo los problemas afines entre rectas.
- Obtiene la ecuación del plano en sus distintas formas, pasando de una a otra correctamente.
- Analiza la posición relativa de planos y rectas en el espacio, aplicando métodos matriciales y algebraicos.
- Obtiene las ecuaciones de rectas y planos en diferentes situaciones.
- Maneja el producto escalar y vectorial de dos vectores, significado geométrico, expresión analítica y propiedades.

- Conoce el producto mixto de tres vectores, su significado geométrico, su expresión analítica y propiedades.
- Determina ángulos, distancias, áreas y volúmenes utilizando los productos escalar, vectorial y mixto, aplicándolos en cada caso a la resolución de problemas geométricos.

BLOQUE V

Estadística y Probabilidad

- Calcula la probabilidad de sucesos en experimentos simples y compuestos mediante la regla de Laplace, las fórmulas derivadas de la axiomática de Kolmogorov y diferentes técnicas de recuento.
- Calcula probabilidades a partir de los sucesos que constituyen una partición del espacio muestral.
- Calcula la probabilidad final de un suceso aplicando la fórmula de Bayes. Identifica fenómenos que pueden ser modelos mediante la distribución binomial, obtiene sus parámetros y calcula su media y desviación típica.
- Calcula probabilidades asociadas a una distribución binomial a partir de su función de probabilidad, de la tabla de la distribución o mediante calculadora.
- Conoce las características y los parámetros de la distribución normal y valora su importancia en el mundo científico.
- Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden ser modelados mediante la distribución normal a partir de la tabla de la distribución o mediante calculadora.
- Calcula probabilidades de sucesos asociados a fenómenos que pueden ser modelados mediante la distribución binomial a partir de su aproximación por la normal valorando si se dan las condiciones necesarias para que sea válida.
- Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar.

4. CARACTERÍSTICAS Y DISEÑO DE LA PRUEBA

CARACTERÍSTICAS DE LA PRUEBA

La prueba de evaluación consta de dos partes:

- Una primera parte con cuestiones que el estudiante no necesita exponer su desarrollo, puesto que se le proponen ciertas respuestas, aunque deberá

realizar algunos cálculos para responder. A esta parte la denominaremos como parte tipo test.

- Una segunda parte con cuestiones que el estudiante debe desarrollar de forma habitual, intentado exponer lo más claro posible el desarrollo de tales cuestiones. A esta parte la denominaremos parte de problemas de desarrollo.

1. Parte de tipo test:

- En esta parte se proponen 15 problemas y 3 posibles respuestas por problema.
- En cada problema sólo tiene una única respuesta correcta de las propuestas.
- El estudiante deberá realizar los cálculos y estudios adecuados para poder marcar la alternativa que considere correcta.
- El estudiante puede marcar respuesta con un máximo de 10 problemas.
- En caso que se marcaran más de 10, se evaluará con las diez primeras problemas marcados por orden de presentación de los problemas.

2. Parte de problemas de desarrollo:

- En esta parte se proponen dos pares de problemas (bloques) y el estudiante optará por desarrollar su respuesta a los problemas de un par o del otro.
- No se puede desarrollar un problema de un par y otro problema del otro par.
- En el caso que el estudiante desarrolle un problema de cada par, entonces sólo se evaluará lo realizado en el primer problema del primer par de problemas.
- Cada problema propuesto será de los problemas característicos de la asignatura, cuyo planteamiento, desarrollo y resolución requiera los conocimientos matemáticos de los bloques de contenidos.
- En este tipo de problema deberá ser escrito de la forma más clara posible, indicando alguna explicación de lo que hace en algún paso que requiera ser aclarado.

ESTRUCTURA DE LA PRUEBA

Cada modelo de examen estará compuesto por una parte de problemas que contiene dos opciones de dos preguntas abiertas y otra tipo test con quince preguntas de opción múltiple.

La distribución por bloques de los contenidos de las preguntas de la prueba se resume en la siguiente tabla, teniendo en cuenta que el bloque 1 tiene un carácter transversal y sus estándares pueden evaluarse en la parte de preguntas abiertas. Todos los bloques tienen la misma ponderación de 20% referido al descrito en la matriz de especificaciones del punto 3 anterior.

PREGUNTAS Y TIPOLOGÍA	CONTENIDOS DEL TEMARIO
Preguntas abiertas	Bloques 1,2,3,4 y 5
Preguntas de opción múltiple	Bloques: 2,3,4 y 5

CRITERIOS GENERALES DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

Bloque de preguntas objetivas (tipo test):

Constará de 10 preguntas, no siendo obligatorio contestar a todas las cuestiones. La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos

- Cada pregunta correcta sumará 0'5 puntos.
- Cada pregunta incorrecta restará 0'1 puntos.
- Las preguntas en blanco no suman ni restan puntos
- Si la aplicación de los criterios anteriores condujera a una puntuación negativa , se le asignará la nota mínima 0.
- La puntuación de esta parte estará comprendida entre 0 y 5 puntos.

Bloque de desarrollo:

Constará de 2 preguntas, no siendo obligatorio contestar a las dos. La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos; 2,5 por la primera y 2,5 por la segunda.

Para la corrección de cada ejercicio correspondiente a este bloque se atenderá, con carácter general, a los siguientes criterios:

- La corrección matemática del planteamiento, desarrollo y resolución del problema.
- La adecuada explicación de los pasos dados en el desarrollo.
- El grado de finalización y simplificación de la solución. En este sentido es muy importante contestar a la pregunta planteada, sin introducir cuestiones ajenas a la pregunta.
- La interpretación del resultado obtenido.
- El orden y presentación del ejercicio.
- La adecuada corrección ortográfica y sintáctica de la respuesta.

La **calificación final de la prueba** será la suma de las puntuaciones obtenidas en el bloque de preguntas objetivas (test) y el bloque de desarrollo, sin necesidad de notas mínimas en ninguna de las dos partes.

INSTRUCCIONES PARA EL DESARROLLO DE LA PRUEBA

- La duración total de la prueba será de 90 minutos.
- La parte de preguntas abiertas se responderá en hojas diferentes a la de la parte objetiva.

- Ambas partes se cumplimentarán con bolígrafo y se entregarán ambas partes simultáneamente.
- **No se permite el uso de calculadora.**

INFORMACIÓN ADICIONAL

Sobre material no permitido:

- No se permitirá en la prueba el uso de ordenadores personales, tabletas, teléfonos móviles (celulares) o cualquier dispositivo con capacidad de comunicación.
- Los miembros del tribunal pueden decidir que cierto material no puede ser usado.
- No se permite la utilización de correctores líquidos tipo *Tipp-ex* en ninguna de las hojas de la prueba.
 - Si es necesario eliminar algo pequeño, basta tachar con una línea doble. No hace falta eliminar visualmente lo tachado.
 - Si es necesario eliminar algo grande, basta recuadrarlo y tachar con haciendo las diagonales del cuadrado.
- Material alguno impreso.
- Por cuestiones técnicas al escanear lo entregado por el estudiante, no está permitido redactar o marcar con lápiz ni bolígrafo con tinta roja.
 - Se debe utilizar bolígrafo de tinta negra o azul.
 - No debe redactarse en lápiz para posteriormente sobrescribir con bolígrafo y borrar el trazo en lápiz.
 - No está permitido goma de borrar alguna.

Sobre el uso de calculadora:

Por el diseño de las preguntas, la calculadora no es un elemento en absoluto necesario. Preguntas del test como, por ejemplo,

Toda A matriz real cuadrada tal que $A^2 = A$, cumple que:

- (A) $\det(A) > 0$,
- (B) Si A es regular, $A = I$ (la matriz identidad),
- (C) Ninguna de las anteriores,

ni siquiera involucran números con los que haya que calcular, tan solo la comprensión de las propiedades básicas de las operaciones con matrices. Obviamente, en algún momento de la prueba debe haber algún elemento de cálculo numérico (después de todo, se trata de un examen de matemáticas), y así ocurre en la parte de problemas, pero incluso aquí, tampoco es necesaria la calculadora. Por ejemplo, consideremos un problema como el siguiente:

a) Estudiar la posición relativa en el espacio de los planos π_1 y π_2 , con ecuaciones respectivas:

$$\pi_1 : x + 2y - z = 3$$

$$\pi_2 : ax + (a - 2)y + 2z = 4 ;$$

en función del parámetro real $a \in \mathbb{R}$.

b) Determinar, en el caso en que los planos se intersectan a lo largo de una recta, un vector director de la misma.

En este problema, el apartado a) no requiere de hecho ningún cálculo, más allá de despejar una variable en un sistema lineal de dos ecuaciones con tres incógnitas. El apartado b), dependiendo de cómo se haga, requiere el cálculo de un determinante de orden 3, algo que debe estar al alcance de cualquier alumno que se presente a esta prueba, pero se puede hacer directamente sin cálculo alguno.

Sobre el acceso al aula:

- El estudiante de PEC se examinará en el aula con otros estudiantes de la UNED.
- El ordenador le imprimirá una primera hoja de identificación (como si fuera su DNI para la prueba) y la indicación de la fila y la columna donde está situada la mesa donde se sentará.
- Junto con la hoja de identificación, el estudiante recibe varias hojas con la información necesaria, los enunciados y una hoja de respuesta de marcas para lectura óptica. Además, se le entrega una hoja en blanco con su nombre para que pueda redactar en ella. La redacción está duplicada: una en español y la misma en inglés.

Sobre lo que entrega:

- Las hojas de respuestas se entregan todas juntas en el siguiente orden: Primero la hoja de identificación, segundo la de respuestas ópticas, tercero las hojas ordenadas del primer problema y último las hojas ordenadas del segundo problema
- De la Parte Tipo Test, el estudiante sólo se debe entregar la hoja de lectura óptica.
- De la Parte de Desarrollo de Problemas, el estudiante debe entregar cada problema en hojas distintas. En todas las hojas debe figurar su nombre y su número de identificación.
- Se puede solicitar tanto papel en blanco como se necesite para la realización de la prueba; no hay limitación de papel.

- Las hojas en blanco pueden ser utilizadas para redactar los problemas o como papel en sucio para realizar los cálculos.
- Las hojas en sucio no se entregan en la de la Parte de Desarrollo.
- Las hojas en sucio no se entregan en la de la Parte de Test.
 - Si se entregaran hojas en sucio en esta parte no se tendrán en cuenta aunque pudieran contener una respuesta correcta distinta de la marcada en algún problema.
- No se debe entregar ninguna de las hojas con la información o los enunciados.

5. INFORMACIÓN BIBLIOGRÁFICA

El texto básico recomendado es: Matemáticas. Acceso a la Universidad. 2 Vol. M. E. Ballvé Lantero y otros. Editorial Sanz y Torres (colección UNED). Disponible en <https://www.librosuned.com/LU13862/Matem%C3%A1ticas—Acceso-a-la-Universidad-2-Vol-.aspx>. Alternativamente, se puede emplear **cualquier texto** de Matemáticas de Segundo Curso de Bachillerato de Ciencias. Además, pueden ser de ayuda materiales disponibles en la red, como: www.apuntesmareaverde.org.es, www.lasmatematicas.es

Desde la coordinación no se proporcionará información bibliográfica distinta a ésta, por tanto, no se contestarán correos electrónicos solicitando información al respecto.

6. COORDINACIÓN DE LA ASIGNATURA

E-mail: coor.matematicas@adm.uned.es

7. MODELO DE PRUEBA

Como orientación para la prueba, se adjunta uno de los modelos publicados en convocatorias anteriores, así como la resolución detallada de uno de los ejercicios de la prueba de junio de 2023 y una de las cuestiones tipo test de ese mismo examen. Estos ejemplos (de un problema y una pregunta del test) son los que se mencionan en la Información Adicional del apartado 4 precedente.

MATEMÁTICAS (PRUEBA DE COMPETENCIA ESPECÍFICA)
INSTRUCCIONES GENERALES PARA LA PRUEBA Y CRITERIOS DE EVALUACIÓN

INSTRUCCIONES GENERALES

- Dispone de 90 minutos para realizar el examen.
- Se permite el uso de calculadora científica que **no** posea alguna de las siguientes capacidades: Cálculo estadístico, cálculo matricial, representación gráfica y lenguaje alguno de programación. No está permitido el uso de ordenadores, tablets, teléfonos, reloj inteligente, ni ningún tipo de material electrónico o aparatos de comunicación.
- Mientras tenga el examen en su poder **solo** puede comunicarse con los miembros del tribunal de examen. Cualquier otro tipo de comunicación o uso de dispositivos o materiales no autorizados supondrá la retirada del examen, lo cual será reflejado en el acta como **copia ilegal**.
- El examen debe realizarse con bolígrafo azul o negro.
- No puede utilizar ningún tipo de corrector (tipp-Ex) en la hoja de respuestas tipo test.
- No puede utilizar ninguna hoja que no haya sido entregada por algún miembro del tribunal de examen. Las hojas de respuesta deben ir numeradas en las casillas que aparecen en la parte inferior.
- El examen está traducido al inglés con el objetivo de facilitar la comprensión de las preguntas, pero **debe contestarse en español**. En caso de que considere que hay alguna diferencia de interpretación entre la parte en español y la parte traducida al inglés, prima el examen original realizado en español.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

La prueba consta de dos partes.

- **Primera parte de la prueba:** La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos. Debe contestar a un **máximo de 10** preguntas de las 15 posibles. En caso de contestar más, solo se tendrán en cuenta las 10 primeras. Cada pregunta correcta suma 0.5 puntos, mientras que cada pregunta incorrecta resta 0.1 puntos. Las preguntas sin contestar o con doble marca no suman ni restan puntos. Las preguntas deben contestarse realizando una marca adecuada en la hoja de respuestas que se adjunta.
- **Segunda parte de la prueba:** La calificación máxima de este bloque es de 5 puntos. Cada problema se valora hasta 2.5. Se debe contestar **solamente una opción** con dos problemas de desarrollo. Redacte cada problema en hojas separadas. La parte de problemas se contestará en hojas aparte. **En caso de que se hagan dos problemas de dos opciones diferentes, solo se calificará el primer problema entregado**. De igual manera, si se hacen más de dos problemas solo se calificarán los dos primeros que sean válidos de acuerdo con la observación anterior.

Sólo debe entregar **la hoja de identificación, la hoja de lectura óptica y las hojas con los problemas desarrollados**.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE EDUCACIÓN A DISTANCIA

Prueba de Competencia Específica. Matemáticas. Curso 2021/22.

PREGUNTAS TIPO TEST

Modelo 01.A

Conteste a un máximo de 10 cuestiones.

1 Para todo par A, B de matrices reales $n \times n$ arbitrarias:

- (A) Se cumple que $(A + B)^2 = A^2 + B^2$.
- (B) Se cumple que $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

2 Para toda A matriz real 2×2 arbitraria, se cumple que:

- (A) Si $A^2 = A$, entonces $A^4 = A$.
- (B) Si A es simétrica, entonces $A^2 = A$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

3 Toda A matriz real arbitraria cumple:

- (A) El rango de A es el número de filas no nulas.
- (B) $\text{rango}(A) = \text{rango}(-A)$.
- (C) Ninguna de las anteriores.

4 La matriz

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \text{sen } \alpha \\ -\text{sen } \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

donde $\alpha \in \mathbb{R}$:

- (A) Tiene $\text{rango}(A) = 1$ para ciertos valores de α .
- (B) Tiene $\text{rango}(A) = 2$ para todos los valores de α .
- (C) Ninguna de las otras dos.

5 Consideremos los planos $\pi : 2x + y + z = 1$, $\pi' : x + y - z = 0$.

- (A) Su intersección es la recta $3x = 2y = 1$.
- (B) Su intersección es la recta $r : (-1, 2, 1) + \lambda(-2, 3, 1)$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

6 Para todo par de vectores ortogonales \mathbf{u}, \mathbf{v} , si α es el ángulo que forman \mathbf{u} y $\mathbf{u} - \mathbf{v}$, entonces se cumple que:

- (A) $\cos \alpha = \frac{\|\mathbf{u}\|}{\|\mathbf{u}\|^2 - \|\mathbf{v}\|^2}$
- (B) $\cos^2 \alpha = \frac{\|\mathbf{u}\|^2}{\|\mathbf{u}\|^2 + \|\mathbf{v}\|^2}$
- (C) Ninguna de las otras dos.

7 La recta en el espacio cuya ecuación es

$$\frac{x+3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}$$

- (A) Pasa por el punto $(3, 1, 0)$ y tiene vector director $(-2, 3, -1)$.
- (B) Pasa por el punto $(-2, 3, -1)$ y tiene vector director $(-3, -1, 1)$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

8 La distancia del punto $P = (2, 4, 1)$ a la recta $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{1}$ es:

- (A) Menor que 1.
- (B) Mayor que 1.
- (C) Ninguna de las otras dos.

9 Consideremos la curva definida por $y = f(x)$. Entonces

- (A) Si la pendiente no está definida en algún punto de la curva, no existe la tangente en dicho punto.
- (B) Si la tangente a la curva es horizontal en un punto $(a, f(a))$ y f es derivable en a , entonces $f'(a) = 0$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

10 Para que el área de la región limitada por la curva $y = -x^2 + ax$ (donde $a > 0$) y el eje Ox tenga un valor de 36 unidades, debe ser:

- (A) $a = 6$.
- (B) $a = 3\sqrt{3}$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

11 La función

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- (A) Tiene un máximo relativo en $x = 0$.
- (B) Tiene un mínimo relativo en $x = 0$.
- (C) Ninguna de las otras dos.

12 El valor de la integral

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} x^{2022} \operatorname{sen} \left(\frac{x^3}{\cos x} \right) dx$$

es:

- (A) Menor que 1
- (B) Múltiplo de π
- (C) Ninguna de las otras dos.

13 Se tiene un conjunto de bolas azules y bolas rojas en una bolsa. En total hay 25 bolas. Se saca una de ellas al azar y se sabe que las probabilidades de que sea roja es p , mientras que la probabilidad de que sea azul es $4p$. ¿Cuántas bolas azules hay en la bolsa?

- (A) Menos de 21 y más de 15.
- (B) Entre 5 y 10.
- (C) Ninguna de las otras dos.

- 14 Se lanza una moneda trucada. La probabilidad de que en dos lanzamientos se obtengan dos caras es 0,16.
¿Cuál es la probabilidad p de obtener dos cruces?
- (A) $0,8 < p < 0,9$.
 - (B) $0,3 < p < 0,4$.
 - (C) Ninguna de las otras dos.
- 15 ¿Cuáles de las siguientes probabilidades pueden representar a dos eventos disjuntos A y B de un determinado espacio muestral?
- (A) $p(A) = 0,2$ y $p(B) = 0,67$.
 - (B) $p(A) = 0,5$ y $p(B) = 0,75$.
 - (C) Ninguna de las otras dos.

PREGUNTAS TIPO DESARROLLO

Modelo 1.A

Elija **una sola opción** y conteste a los problemas en **hojas separadas**.

Opción 1

1 Sea la matriz $C = A^2 - 4A - 6B$ donde $A = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Estudie el rango de C en función del valor del número real a .

2 Dada la función $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$:

- a) (0,25 puntos) Estudiar su dominio.
- b) (0,75 puntos) Determinar sus asíntotas.
- c) (0,75 puntos) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- d) (0,75 puntos) Calcular sus extremos relativos y dar un esbozo de su gráfica.

Opcion 2

3 Hallar las integrales indefinidas siguientes:

a) (1 punto)

$$\int x e^{x^2} dx$$

b) (1,5 puntos)

$$\int \sqrt{1 - x^2} dx$$

4 Se elige un número entero al azar entre 0 y 9999 (ambos incluidos). ¿Cual es la probabilidad de que el número elegido sea mayor que 4444 y múltiplo de 5?

1. Estudiar la posición relativa en el espacio de los planos π_1 y π_2 , con ecuaciones respectivas:

$$\pi_1 : x + 2y - z = 3$$

$$\pi_2 : ax + (a - 2)y + 2z = 4,$$

en función del parámetro real $a \in \mathbb{R}$.

2. Determinar, en el caso en que los planos se intersecten a lo largo de una recta, un vector director de la misma.

Para la resolución del primer apartado, se debe tener en cuenta que si los planos son paralelos o coincidentes, sus vectores normales han de ser paralelos, esto es (si $\pi : Ax + By + Cz = D$ es la ecuación genérica de uno de los planos, para identificar los coeficientes):

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2},$$

de donde, sustituyendo coeficientes, resultan las ecuaciones

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{a-2} = \frac{-1}{2}. \quad (1)$$

De la primera y la última se obtiene $a = -2$: para este valor del parámetro a , los planos son paralelos o coincidentes. De hecho, son paralelos, ya que la ecuación del segundo plano en este caso es $\pi_2 : -2x - 4y + 2z = 4$, o sea (simplificando por -2) $\pi_2 : x + 2y - z = -2$.

Todo el razonamiento precedente es válido si $a \neq 2$, pues de otra forma el denominador en el segundo término de (1) se anula. Entonces, si $a \neq -2$ y $a \neq 2$, tenemos dos planos distintos que se intersectan en el espacio; la fórmula de las dimensiones nos dice entonces que esta intersección debe tener dimensión igual a 1 y es, por tanto, una recta.

Si $a = 2$, que es el caso singular, las ecuaciones de los planos se reducen a

$$\begin{cases} \pi_1 : x + 2y - z = 3 \\ \pi_2 : 2x + 2z = 4, \end{cases}$$

o bien, simplificando,

$$\begin{cases} \pi_1 : x + 2y - 3 = 2 \\ \pi_2 : x + z = 2. \end{cases}$$

Despejando z y x , respectivamente, esto se escribe como

$$\begin{cases} x + y = 5/2 \\ y - z = 1/2, \end{cases} \quad (2)$$

que es la ecuación de la recta intersección. Para la segunda parte, donde se pide un vector director de esta recta, se puede proceder de varias formas. Por ejemplo, se puede calcular el producto vectorial de los dos vectores normales. Pero es más sencillo partir de las ecuaciones de la recta (2), puesto que basta con hacer $y = \lambda$ (motivados por el hecho de que la y se repite en las dos ecuaciones y, por tanto, lo más lógico es tomarla como parámetro) y sustituir en las dos ecuaciones, llegando a

$$\begin{cases} x = \frac{5}{2} - \lambda \\ y = \lambda \\ z = -\frac{1}{2} + \lambda. \end{cases}$$

De aquí resulta, directamente, que un vector director es $\mathbf{v} = (-1, 1, 1)$.

4. Toda A matriz real cuadrada tal que $A^2 = A$, cumple que:

(A) $\det(A) > 0$.

(B) Si A es regular, $A = I$ (la matriz identidad).

(C) Ninguna de las anteriores.

En esta pregunta no se requiere ningún cálculo numérico. Si la matriz A es regular, como se supone en (B), es que existe la inversa A^{-1} y multiplicando por ella la ecuación $A^2 = A$ (no importa si por la izquierda o la derecha), resulta directamente $A = I$.

Un razonamiento frecuente utiliza las propiedades abstractas del determinante, en concreto, que dadas dos matrices cuadradas arbitrarias (de la misma dimensión) A, B , se cumple que $\det(AB) = \det(A)\det(B)$. Aplicando esto al caso del enunciado, con $A = B$, se tiene por una parte

$$\det(A^2) = \det(A)\det(A) = (\det(A))^2,$$

y esto debe ser igual a $\det(A)$, de modo que

$$(\det(A))^2 = \det(A).$$

Esto es completamente general. Parece implicar la opción (A), dado que dividiendo por $\det(A)$ queda $\det(A) = 1 > 0$, pero esta opción es incorrecta: la matriz (3) siguiente (que cumple $A^2 = A$ pero tiene $\det(A) = 0$) es un contraejemplo,

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Nótese que para hacer esa división, debe ser $\det(A) \neq 0$, ya que de otro modo estaríamos dividiendo por cero. Y que sea $\det(A) \neq 0$ es precisamente la definición de matriz *regular*, el tipo de matriz que se menciona en el apartado (B).